

SAYI KÜMELERİNİN ÖZELLİKLERİ

REEL SAYILARIN İŞLEM ÖZELLİKLERİ

- Doğal sayılar, tam sayılar, rasyonel sayılar ve reel sayılar sıralı sayı kümeleridir.
- Doğal sayılarda ve tam sayılarda ardışık iki sayı arasında bir sayı bulunmaz.
- N ve Z kümelerinde arada olma özelliği yoktur.
- Q ve R' 'de herhangi iki sayı arasında istenen sayıda rasyonel ve reel sayı bulunabilir.
- Q ve R kümelerinde arada olma özelliği vardır.

KAPALILIK ÖZELLİĞİ

TOPLAMA

- R, Q, Z, N kümelerinde toplama işleminin kapalılık özelliği vardır.

ÇIKARMA

- R, Q, Z kümelerinde çıkarma işleminin kapalılık özelliği vardır.

ÇARPMA

- R, Q, Z, N kümelerinde çarpma işleminin kapalılık özelliği vardır.

BÖLME

- $R-\{0\}, Q-\{0\}$ kümelerinde bölme işleminin kapalılık özelliği vardır.

REEL SAYILARDA İŞLEM ÖZELLİKLERİ

- Reel sayılarda toplama, çıkarma ve bölme işlemlerinin yutan elemanı yoktur.
- Reel sayılarda çıkarma işleminin değişme, birleşme, birim(etkisiz) eleman ve ters eleman özelliği yoktur.
- Reel sayılarda bölme işleminin değişme, birleşme, birim(etkisiz) eleman ve ters eleman özelliği yoktur.

Not: Toplama işleminin etkisiz(birim) elemanı 0(sıfır), çarpma işleminin birim elemanı 1, çarpma işleminin yutan elemanı 0(sıfır)'dır.

1. SIRALAMA

Ö: Emre'nin parası Ömer'in parasından daha azdır.

Cemal'in parası Zeynep'in parasından daha azdır.

Ömer'in parası Cemal'in parasından daha az olduğuna göre para miktarlarına göre küçükten büyüğe sıralayalım.

Ö:

x, y, z reel sayılar olmak üzere

$$I. \quad x < y \Rightarrow x^2 > y^2$$

$$II. \quad 0 < x < y \Rightarrow \frac{1}{x} > \frac{1}{y}$$

$$III. \quad a < 0 < b < c \Rightarrow \frac{a}{c} < \frac{b}{c}$$

ifadelerinden hangisi ya da hangileri kesinlikle doğrudur?

Ö: a ve b reel sayılar olmak üzere

$a > -5$ ve $b > 1$

olduğuna göre

$3a + b$ ifadesi nin en küçük

tam sayı değeri kaç olur?

Ö: Sayı kümelerinin hangilerinde arada olma özelliği vardır? Örnek vererek açıklayınız.

N $\rightarrow$

Z $\rightarrow$

Q $\rightarrow$

R $\rightarrow$

Ö: a) *Rasyonel sayılar kümesinin*
b) *İrrasyonel sayılar kümesinin*
çarpma işlemine göre kapalı olup
olmadığını açıklayınız.

Ö: Tam sayılar kümesinde çarpma işleminin özelliklerini örneklerle gösteriniz.

Değişme →

Birleşme →

Dağılma →

Etkisiz eleman →

Bir sayının tersi →

Yutan eleman →

ÖNERMELER

- Kesin doğru veya kesin yanlış bir hüküm bildiren ifadeler “önerme” denir.
- Önergeler değişik şekillerde ifade edilebilir.

- “Ankara Türkiye’nin başkentidir”

ifadesi kesin hüküm bildiriyor önermedir. Doğru bir önermedir.

- “En küçük asal sayı 5’tir”

ifadesi kesin hüküm bildiriyor. Önermedir. Yanlış bir önermedir.

- “Her sayının karesi çift mi olur?”
- “Yarın yağmur yağacak mı?”

ifadeleri hüküm bildirmiyor. Soru cümlesidir. Bu ifade bir önerme değildir.

NİCELEYİCİLER

→ $\exists$ Bazı(en az bir)

→ $\forall$ Her

Ö: " $\forall x \in \mathbb{Z}$ için $x^2 \geq 0$ "

" $\exists x \in \mathbb{N}$ için $x^3 < 0$ "

MANTIK BAĞLAÇLARI

→ $\wedge$ ve

→ $\vee$ veya

→ $\underline{\vee}$ yada

→ $\Rightarrow$ ise

→ $\Leftrightarrow$ ancak ve ancak

Bu semboller kullanılarak sözel ifadeler matematiksel ifadelere dönüştürülerek yazılır.

Ö: “ Bazı doğal sayıların karesi 0(sıfır)’dan büyüktür”

ifadesini sembolik bir dille yazalım.

Ö: “Her a, b reel sayısı için a, b’den küçük ise a’nın karesi b’nin karesinden küçüktür”

ifadesini matematiksel semboller ile gösteriniz.

Ö: " $\forall x \in \mathbb{Z}^+, x^3 \geq 2$ "

ifadesinin sözel karşılığını yazınız.

Ö: " $\exists x \in \mathbb{R}, |x| = 0$ "

ifadesinin sözel karşılığını yazınız.

REEL SAYILARLA İŞLEM ÖZELLİKLERİNİN SEMBOLLERLE GÖSTERİMİ

• DEĞİŞME ÖZELLİĞİ

$$"\forall x, y \in R, x + y = y + x"$$

$$"\forall x, y \in R, x \cdot y = y \cdot x"$$

• BİRLEŞME ÖZELLİĞİ

$$"\forall x, y, z \in R, x + (y + z) = (x + y) + z"$$

$$"\forall x, y, z \in R, x \cdot (y \cdot z) = (x \cdot y) \cdot z"$$

• ETKİSİZ(BİRİM) BİRİM ELEMAN

$$"\forall x \in R, x + 0 = 0 + x = x"$$

$$"\forall x \in R, x \cdot 1 = 1 \cdot x = x"$$

• TERS ELEMAN

$$"\forall x \in R, x + (-x) = (-x) + x = 0"$$

Toplama işlemine göre x'in tersi $-x$ 'dir.

$$"\forall x \in R, x \neq 0, x \cdot \frac{1}{x} = \frac{1}{x} \cdot x = 1"$$

Çarpma işlemine göre x'in tersi $\frac{1}{x}$ 'dir

• YUTAN ELEMAN

$$"\forall x \in R, x \cdot 0 = 0 \cdot x = 0"$$

*çarpma işleminin yutan elemanı
0(sıfır)'dir.*

• DAĞILMA ÖZELLİĞİ

$$"\forall x, y, z \in R, x \cdot (y + z) = x \cdot y + x \cdot z"$$

$$"\forall x, y, z \in R, x \cdot (y - z) = x \cdot y - x \cdot z"$$

Ö: Aşağıda verilen ifadenin sözel olarak açıklamasını yapıp doğruluğunu bulunuz.

$$"x \in R, x^2 < x \Leftrightarrow 0 < x < 1"$$

Ö: a sayısının çarpma işlemine göre tersi b , b sayısının toplama işlemine göre tersi de c' dir.

Buna göre $a.c = ?$

- A) 0 B) 1
C) -1 D) ∞
E) Tanımsız

Ö: Ahmet'in bilye sayısı $\sqrt{200}$ 'den çok $\sqrt{250}$ 'den azdır. Buna göre Ahmet'in bilye sayısı

- I. Tam sayı
II. Rasyonel sayı
III. Reel sayı

kümelerinden hangilerinin elemanı olabilir?

- A) Yalnız I B) I ve III C) II ve III
D) I ve II E) I, II ve III